ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ – ΠΟΣΟΣΤΑ

2.1. Ποσά ανάλογα και ποσά αντίστροφα

Ποσό ή μέγεθος λέγεται κάθε πράγμα, που μπορεί να αυξηθεί ή να ελαττωθεί. Το σιτάρι, τα θρανία, τα σπίτια, τα αυτοκίνητα είναι ποσά.

Ομοειδή λέγονται τα ποσά εκείνα, που αποτελούνται από το ίδιο είδος πράγματος, όπως είναι το σιτάρι από κόκκους σιταριού, τα αυτοκίνητα κ.λπ.

Ετεροειδή λέγονται τα ποσά εκείνα, που δεν αποτελούνται από το ίδιο είδος πράγματος, όπως είναι το σιτάρι και τα αυτοκίνητα, τα σπίτια και τα θρανία κ.ο.κ.

Ανάλογα λέγονται δύο ποσά ***όταν, εάν πολλαπλασιάζεται ή διαιρείται η τιμή του ενός ποσού επί έναν αριθμό, πολλαπλασιάζεται ή διαιρείται και η αντίστοιχη τιμή του άλλου ποσού με τον ίδιο αριθμό***.

Ανάλογα ποσά είναι το ***βάρος*** ενός αγαθού και η ***αξία*** του. Εάν π.χ. με 1 € αγοράζουμε 1 κιλό μήλα, με 2 € αγοράζουμε 2 κιλά, με 3 € 3 κιλά, με 50 λεπτά 1/2 κιλό κ.ο.κ. Ομοίως, ο ***χρόνος*** της εργασίας του εργάτη και η ***αμοιβή*** του. Εάν το ημερομίσθιο του εργάτη είναι 100 € και εργαστεί 3 ημέρες, θα λάβει 300 €. Εάν εργασθεί 5 ημέρες, θα λάβει 500 € κι αν μία μέρα θα λάβει μόνο 100 €. Ομοίως το ***μήκος*** ενός υφάσματος και το ***κόστος*** παραγωγής του. Εάν το μήκος π.χ. ενός υφάσματος, που παράγει μια βιομηχανία, ήταν δέκα μέτρα και κόστιζε 30 €, τα 40 μέτρα θα κοστίζουν 120 €, τα 50 θα κοστίζουν 150 € κ.ο.κ., όπως ο πιο κάτω πίνακας:

Μήκος σε μέτρα	10	40	50	1	1/2	1/3	80	100
Κόστος €	30	120	150	3	1,5	1	240	300

Εάν από τον πίνακα αυτό πάρουμε δύο οποιεσδήποτε τιμές μήκους και κόστους και τις συγκρίνουμε, παρατηρούμε ότι σχηματίζουν τον ίδιο λόγο. Έστω π.χ. την πρώτη και την τρίτη τιμή, οπότε βλέπουμε ότι η πρώτη τιμή δίνει λόγο 10 : 30 ή 1 : 3 και η τρίτη 50 : 150 ή 1 : 3 αλλά και η τέταρτη τιμή μας δίνει λόγο 1 : 3 και η έκτη 1/3 : 1 ή 1 : 3.

Από αυτό συμπεραίνουμε ότι ***δύο ποσά είναι ανάλογα, όταν ο λόγος δύο τιμών του ενός ποσού είναι ίσος με το λόγο των αντίστοιχων τιμών του άλλου ποσού***.

Αντίστροφα λέγονται δύο ποσά ***όταν, εάν πολλαπλασιάζεται η τιμή του ενός ποσού επί έναν αριθμό, διαιρείται η τιμή του άλλου ποσού με τον ίδιο αριθμό και όταν η τιμή του ενός ποσού διαιρείται με έναν αριθμό, πολλαπλασιάζεται και η τιμή του άλλου ποσού με τον ίδιο αριθμό.***

Αντίστροφα ποσά είναι η ***ταχύτητα*** του αυτοκινήτου και ο ***χρόνος*** που απαιτείται για να διανύσει μια ορισμένη απόσταση, ο ***αριθμός των εργατών*** και ο ***χρόνος*** που απαιτείται για την εκτέλεση ενός έργου, η ***ωριαία*** παροχή νερού από μία βρύση και ο ***χρόνος*** που απαιτείται για να γεμίσει μια δεξαμενή.

Εάν π.χ. η απόσταση μεταξύ των Αθηνών και της Πάτρας είναι 240 χιλιόμετρα, ένα αυτοκίνητο που τρέχει 40 χιλιόμετρα την ώρα θα διανύσει την απόσταση σε 6 ώρες. Εάν έτρεχε 48 χιλιόμετρα την ώρα θα έκανε 5 ώρες, εάν 60 χιλιόμετρα 4 ώρες, εάν 80 χιλιόμετρα 3 ώρες και εάν 120 χιλιόμετρα 2 ώρες. Οπότε λαμβάνουμε τον εξής πίνακα:

Ταχύτητα σε χιλιόμ.	40	48	60	80	120
Χρόνος σε ώρες	6	5	4	3	2

Εάν από τον πίνακα αυτό λάβουμε δύο οποιεσδήποτε τιμές της ταχύτητας, έστω την πρώτη και την τρίτη και σχηματίσουμε λόγο, θα έχουμε 40 : 60 ή 2 : 3. Εάν τώρα πάρουμε το χρόνο της πρώτης και τρίτης τιμής θα σχηματίσουμε το λόγο 6 : 4 ή 3 : 2. Συγκρίνοντας τους δύο αυτούς λόγους 2 : 3 και 3 : 2 παρατηρούμε ότι είναι αντίστροφοι.

Από αυτό συμπεραίνουμε ότι: ***Εάν δύο ποσά είναι αντίστροφα, ο λόγος των δύο τιμών του ενός ποσού είναι αντίστροφος με το λόγο των αντίστοιχων τιμών του άλλου ποσού***.

2.2. Απλή μέθοδος των τριών

Απλή μέθοδος των τριών λέγεται η μέθοδος εκείνη, που περιλαμβάνει προβλήματα στα οποία δίδονται τρεις γνωστοί αριθμοί και ζητείται ο τέταρτος άγνωστος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1ο

Τα 30 κιλά λάδι έχουν 120 €. Πόσα € έχουν τα 50 κιλά;

Κατάταξη

Τα $\underline{30}$ *κιλά έχουν 120 €*

Τα 50 κιλά έχουν x; €

Λύση

Σύγκριση ποσών: Εφόσον τα 30 κιλά έχουν 120 €, τα 60 κιλά, που είναι και διπλάσια, θα έχουν και διπλάσια €. Τα ποσά συνεπώς κιλά και € είναι ανάλογα και το κλάσμα θα γραφεί αντεστραμμένο, ήτοι:

$$x = 120 \times \frac{50}{30} = 200 \text{ €}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2ο

Τα 15 μέτρα ενός υφάσματος έχουν 60 €. Πόσα μέτρα ύφασμα μπορούμε ν' αγοράσουμε με 28 €;

Κατάταξη

Τα $\underline{15}$ *μέτρα έχουν 60 €*

x; » » 28 €

Λύση

Σύγκριση ποσών: Αφού με 60 € αγοράζουμε 15 μέτρα, με διπλάσια € θ' αγοράσουμε και διπλάσια μέτρα. Τα ποσά συνεπώς είναι ανάλογα και το κλάσμα θα γραφεί αντεστραμμένο, οπότε έχουμε:

$$x = 15 \times \frac{28}{60} = 7 \text{ μέτρα}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3ο

Ένα πλοίο ταξιδεύει με ταχύτητα 15 μίλια την ώρα και κάνει 12 ώρες, για να διανύσει την απόσταση Πειραιά - Χανιά. Πόσα μίλια πρέπει να ταξιδεύει την ώρα για να καλύψει την ίδια απόσταση σε 10 ώρες;

Κατάταξη

Με ταχύτητα 15 μίλια κάνει 12 ώρες

Με ταχύτητα x; μίλια κάνει 10 ώρες;

Λύση

Σύγκριση ποσών: Αφού με ταχύτητα 15 μίλια την ώρα κάνει 12 ώρες, με διπλάσια ταχύτητα θα κάνει τις μισές ώρες, άρα τα ποσά ταχύτητα και διανυόμενο διάστημα είναι αντίστροφα και το κλάσμα θα γράφει όπως έχει:

$$x = 15 \times \frac{12}{10} = 18 \text{ μίλια}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4ο

4 τρακτέρ καλλιεργούν μια έκταση σε 18 ημέρες. Πόσα όμοια τρακτέρ θα χρειαστούν, για να καλλιεργήσουν την ίδια έκταση σε 6 ημέρες;

Κατάταξη

Τρακτέρ	*ημέρες*
4	*18*
x;	*6*

$$x = 4 \times \frac{18}{6} = 12 \text{ τρακτέρ}$$

Σύγκριση ποσών: Αφού με 4 τρακτέρ χρειαζόμαστε 18 ημέρες, με διπλάσια τρακτέρ θα χρειαστούμε τις μισές ημέρες. Τα ποσά είναι αντίστροφα και το κλάσμα θα γραφεί όπως έχει.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5ο

Ένα αυτοκίνητο για να τρέξει μια απόσταση 680 χιλιομέτρων χρειάζεται 85 λίτρα βενζίνη. Για να τρέξει 4.000 χιλιόμετρα πόση βενζίνη θα χρειασθεί;

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{\textit{Κατάταξη}} \\ \textit{χιλιόμ.} & \textit{λίτρα} \\ \underline{680} & \underline{85} \\ 4.000 & x; \end{array}$$

$$x = 85 \times \frac{4.000}{680} = 500 \text{ λίτρα}$$

Σύγκριση τιμών: Για να τρέξει 680 χιλιόμετρα χρειάζεται 85 λίτρα βενζίνη, για να τρέξει διπλάσια χιλιόμετρα θα χρειαστεί διπλάσια βενζίνη. Τα ποσά χιλιόμετρα και βενζίνη είναι ανάλογα και το κλάσμα θα γραφεί αντεστραμμένο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6ο

Ένας έμπορος αγόρασε ύφασμα προς 2,70 € το μέτρο. Πώλησε τα 3/5 του υφάσματος προς 2,90 € και τα υπόλοιπα προς 3,20 € το μέτρο και κέρδισε συνολικά 41,60 €. Πόσα μέτρα αγόρασε;

Στο πρόβλημα αυτό εργαζόμαστε με βάση τον παρονομαστή και υπολογίζουμε στα 5 μέτρα πόσα κερδίζει.

Τα 5 μέτρα τα αγοράζει προς 2,70 € και δίνει $5 \times 2{,}70 = 13{,}50$ €. Πωλεί τα 3 μέτρα προς 2,90 € και εισπράττει $3 \times 2{,}90 = 8{,}70$ € και τα υπόλοιπα προς 3,20 € και εισπράττει $2 \times 3{,}20 = 6{,}40$ €. Σύνολο εισπράξεων 15,10 €. Κερδίζει συνεπώς από τα 5 μέτρα 1,60 €. Οπότε έχουμε:

Κατάταξη

Στα 5 μέτρα κερδίζει 1,60 €
Στα x; μέτρα κερδίζει 41,60 €

$$x = 5 \times \frac{41{,}6}{1{,}6} = 130 \text{ μέτρα}$$

Τα ποσά είναι ανάλογα και το κλάσμα θα γραφεί αντεστραμμένο.

Λύση 2η

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί και με εξίσωση, παριστάνοντας τα ζητούμενα μέτρα με το x, οπότε έχουμε:

$$\frac{3x}{5} \times 2{,}9 + \frac{2x}{5} \cdot 3{,}2 = 2{,}7x + 41{,}6$$

$$\frac{8{,}7x}{5} + \frac{6{,}4x}{5} = 2{,}7x + 41{,}6$$

$$8{,}7x + 6{,}4x = 13{,}5x + 208$$

$$15{,}1x - 13{,}5x = 208$$

$$1{,}6x = 208$$

$$x = 130 \text{ μέτρα}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7ο

28 εργάτες ή 4 εκσκαφείς τελειώνουν ένα έργο σε 15 ημέρες. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν το ίδιο έργο οι 6 εργάτες και 2 εκσκαφείς;

Αφού οι 4 εκσκαφείς ισοδυναμούν με 28 εργάτες, ο ένας εκσκαφέας ισοδυναμεί με 7 εργάτες. Οι 6 συνεπώς εργάτες και οι 2 εκσκαφείς ισοδυναμούν με 20 εργάτες, οπότε έχουμε:

Κατάταξη

εργάτες	*ημέρες*
28	*15*
20	*x*

$$x = 15 \times \frac{28}{20} = 21 \text{ ημέρες}$$

Τα ποσά εργάτες και ημέρες είναι αντίστροφα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Τα 8 κιλά πορτοκάλια έχουν 3,60 €. Πόσα € έχουν τα 60 κιλά;

(Απ. 27 €)

2. Με 8 € αγοράζουμε 7 κιλά μήλα, με 24 € πόσα κιλά μήλα αγοράζουμε;

(Απ. 21)

3. 42 στρατιώτες έχουν τρόφιμα για 15 ημέρες. Έπειτα από 3 ημέρες απολύθηκαν οι 6 στρατιώτες. Πόσες ημέρες θα περάσουν οι υπόλοιποι;

(Απ. 14)

4. Το τραίνο για να διανύσει την απόσταση Αθηνών-Χαλκίδας κάνει 1 ώρα και 20′ τρέχοντας με ταχύτητα 90 χιλιόμετρα την ώρα χωρίς σταθμούς. Εάν τρέξει με 120 χιλιόμετρα την ώρα, σε πόση ώρα θα διανύσει την απόσταση;

(Απ. 1 ώρα)

5. Σε μία ημέρα 12 εργάτες παράγουν 48 τεμάχια από ένα προϊόν. Πόσοι εργάτες θα χρειασθούν για να παράγουν 92 τεμάχια σε μία μέρα;

(Απ. 23)

6. Τα 8 μέτρα ενός υφάσματος αξίζουν 18 €. Με 31,50 € πόσα μέτρα υφάσματος αγοράζουμε;

(Απ. 14)

7. Με 18€ αγοράζουμε 3 κιλά καφέ και 600 γραμμάρια. Πόσα χρήματα θα χρειαστούμε για ν' αγοράσουμε 5 κιλά και 200 γραμμάρια;

(Απ. 26)

8. Ένας έμπορος λαδιού αγόρασε λάδι προς 4,80 € το κιλό και πούλησε τα 2/3 του λαδιού προς 5,40 € το κιλό και τα υπόλοιπα προς 5,60 € το κιλό και κέρδισε 1.000 €. Πόσα κιλά αγόρασε;

(Απ. 1.500)

9. Ένας έμπορος αγόρασε πατάτες προς 0,50 € το κιλό. Πώλησε τα 5/8 της ποσότητας προς 0,56 € το κιλό και τα υπόλοιπα προς 0,60 € το κιλό και κέρδισε 300 €. Πόσα κιλά πατάτες είχε αγοράσει;

(Απ. 4.000)

10. Αγόρασε κάποιος ένα οικόπεδο προς 145 € το τετραγωνικό μέτρο. Πώλησε τα 5/9 του οικοπέδου προς 158 € το τετραγωνικό μέτρο και τα υπόλοιπα προς 162 € το τετραγωνικό μέτρο και κέρδισε 39.900 €. Πόσα τετραγωνικά μέτρα ήταν το οικόπεδο;

(Απ. 2.700)

11. Στο καταφύγιο του Ολύμπου αποκλείστηκαν από τα χιόνια 5 κυνηγοί, οι οποίοι βρήκαν τρόφιμα για να περάσουν 22 ημέρες. Αφού πέρασαν 4 ημέρες, παρουσιάστηκαν και άλλοι 4 ορειβάτες, που αποκλείστηκαν κι αυτοί. Πόσες ημέρες θα περάσουν όλοι μαζί με τα τρόφιμα, που διαθέτουν;

(Απ. 10)

12. Δώδεκα άνδρες ή 18 γυναίκες εκτελούν ένα έργο σε 40 ημέρες. Σε πόσες ημέρες θα εκτελέσουν το ίδιο έργο οι 8 άνδρες και 3 γυναίκες;

(Απ. 48)

13. Δέκα πέντε άνδρες ή 20 γυναίκες εκτελούν ένα έργο σε 42 ημέρες. Εάν κάνουμε μικτό συνεργείο από 6 άνδρες και 4 γυναίκες, σε πόσες ημέρες θα εκτελεσθεί το έργο;

(Απ. 70)

2.3. Σύνθετη μέθοδος των τριών

Σύνθετη μέθοδος των τριών λέγεται η μέθοδος εκείνη, που περιλαμβάνει προβλήματα, στα οποία δίνονται πέντε ή επτά κ.λπ. γνωστοί αριθμοί και ζητείται ο έκτος ή ο όγδοος κ.λπ. άγνωστος αριθμός.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1ο

Δώδεκα εργάτες, όταν εργασθούν 10 ημέρες, λαμβάνουν 9.000 €. Οι 15 εργάτες, όταν εργασθούν επί 20 ημέρες, πόσα θα λάβουν;

Κατάταξη

εργάτες	*ημέρες*	*€*
12	*10*	*9.000*
15	*20*	*x;*

Λύση

$$x = 9.000 \times \frac{15}{12} \times \frac{20}{10} = 22.500$$

Σύγκριση ποσών: Στη σύνθετη μέθοδο των τριών κάθε ποσό συγκρίνεται χωριστά με το ποσό του αγνώστου, οπότε έχουμε:

Οι 12 εργάτες λαμβάνουν 9.000 €, οι διπλάσιοι εργάτες θα λάβουν και διπλάσια €. Άρα τα ποσά "εργάτες" και "€" είναι ανάλογα και το κλάσμα θα τεθεί αντεστραμμένο.

Ορισμένοι εργάτες εργαζόμενοι επί 10 ημέρες λαμβάνουν 9.000 €, οι ίδιοι εργάτες εργαζόμενοι σε διπλάσιες ημέρες θα λάβουν και διπλάσια €. Άρα τα ποσά "ημέρες" και "€" είναι ανάλογα και το κλάσμα θα τεθεί αντεστραμμένο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2ο

Τριάντα εργάτες εργαζόμενοι επί 12 ημέρες κατασκευάζουν οικοδομή 450 τετραγωνικών μέτρων. Οι 40 εργάτες σε πόσες ημέρες θα κατασκευάσουν οικοδομές 1.600 τετραγωνικών μέτρων;

Κατάταξη

εργάτες	*ημέρες*	*τετρ. μέτρα*
$\frac{30}{40}$	$\frac{12}{x;}$	$\frac{450}{1.600}$

Λύση

$$x = 12 \times \frac{30}{40} \times \frac{1.600}{450} = 32 \text{ ημέρες}$$

Σύγκριση ποσών: Οι 30 εργάτες, για να τελειώσουν το έργο, χρειάζονται 12 μέρες, οι διπλάσιοι εργάτες, για να τελειώσουν το ίδιο έργο θα χρειασθούν τις μισές ημέρες. Τα ποσά "εργάτες" και "ημέρες" είναι ποσά αντίστροφα και το κλάσμα θα γραφεί, όπως έχει.

Τα 450 τετραγωνικά μέτρα κατασκευάζονται σε 12 ημέρες, τα διπλάσια τετραγωνικά μέτρα θα κατασκευασθούν σε διπλάσιες ημέρες. Τα ποσά συνεπώς "τετραγωνικά μέτρα" και "ημέρες" είναι ανάλογα και το κλάσμα θα γραφεί αντεστραμμένο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3ο

Δέκα πέντε εργάτες εργαζόμενοι 8 ώρες την ημέρα σε 20 ημέρες λαμβάνουν 24.000 €. Οι 18 εργάτες εργαζόμενοι 10 ώρες την ημέρα σε πόσες ημέρες θα λάβουν 46.800 €;

Κατάταξη

εργάτες	ώρες	ημέρες	€
$\frac{15}{18}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{20}{x;}$	$\frac{24.000}{46.800}$

Λύση

$$\mathrm{x} = 20 \times \frac{15}{18} \times \frac{8}{10} \times \frac{46.800}{24.000} = 26 \text{ ημέρες}$$

Σύγκριση ποσών: Οι 15 εργάτες, για να λάβουν ορισμένο χρηματικό ποσό, εργάζονται 20 ημέρες, οι διπλάσιοι εργάτες, για να λάβουν τα ίδια χρήματα, πρέπει να εργασθούν τις μισές ημέρες. Τα ποσά συνεπώς "εργάτες" και "ημέρες" είναι ποσά αντίστροφα και το κλάσμα θα τεθεί όπως έχει.

Όταν ορισμένοι εργάτες εργάζονται 8 ώρες την ημέρα, πρέπει να εργασθούν επί 20 ημέρες, για να λάβουν ορισμένό χρηματικό ποσό. Εάν εργάζονται διπλάσιες ώρες την ημέρα, πρέπει να εργασθούν τις μισές ημέρες, για να λάβουν το ίδιο χρηματικό ποσό. Τα ποσά συνεπώς "ώρες" και "ημέρες" είναι αντίστροφα και το κλάσμα θα τεθεί, όπως έχει.

Για να λάβουν 24.000 € πρέπει να εργασθούν 20 ημέρες, για να λάβουν διπλάσια € πρέπει να εργασθούν και διπλάσιες ημέρες. Άρα τα ποσά € και ημέρες είναι ποσά ανάλογα και το κλάσμα θα γραφεί αντεστραμμένο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4ο

'Ενας ηλεκτρολόγος, για να τελειώσει την ηλεκτρική εγκατάσταση μιας πολυκατοικίας, πρέπει να εργασθεί 20 ημέρες και επί 9 ώρες την ημέρα. Δεύτερος ηλεκτρολόγος, για να τελειώσει το ίδιο έργο, πρέπει να εργασθεί 12 ημέρες και επί 10 ώρες την ημέρα. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν την εγκατάσταση αυτή, όταν εργάζονται και οι δύο συγχρόνως και επί 8 ώρες την ημέρα;

Λύση

Θα βρούμε στην αρχή σε μια μέρα ο καθένας ηλεκτρολόγος πόσο μέρος της εργασίας εκτελεί κι έπειτα και οι δύο μαζί. Συνεπώς θα κάνουμε τρεις κατατάξεις:

1ος Ηλεκτρολόγος

$$\begin{array}{ccc} \text{ημέρες} & \text{ώρες} & \text{έργο} \\ \dfrac{20}{1} & \dfrac{9}{8} & \left.\begin{array}{c}\dfrac{1}{x}\end{array}\right\} \end{array} \quad x = 1 \times \frac{1}{20} \times \frac{8}{9} = \frac{2}{45}$$

2ος Ηλεκτρολόγος

$$\begin{array}{ccc} \text{ημέρες} & \text{ώρες} & \text{έργο} \\ \dfrac{12}{1} & \dfrac{10}{8} & \left.\begin{array}{c}\dfrac{1}{x}\end{array}\right\} \end{array} \quad x = 1 \times \frac{1}{12} \times \frac{8}{10} = \frac{1}{15}$$

Οι δύο ηλεκτρολόγοι συγχρόνως $\frac{2}{45} + \frac{1}{15} = \frac{1}{9}$ έργου

$$\begin{array}{cc} \text{ημέρες} & \text{έργο} \\ 1 & \frac{1}{9} \\ x & \frac{9}{9} \end{array} \Bigg\} \quad x = 1 \times \frac{\frac{9}{9}}{\frac{1}{9}} = \frac{9.9}{9.1} = 9 \text{ ημέρες}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

14. Έξι (6) εργάτες εργαζόμενοι 8 ώρες την ημέρα επί 15 ημέρες λαμβάνουν 7.200 €. Πόσοι εργάτες εργαζόμενοι 6 ώρες την ημέρα σε 18 ημέρες θα λάβουν 9.720 €;

(Απ. 9)

15. Τετρακόσιοι στρατιώτες έχουν 600 κιλά ψωμί, για να περάσουν 5 ημέρες. Οι 800 στρατιώτες πόσα κιλά ψωμί θα χρειασθούν, για να περάσουν 4 ημέρες;

(Απ. 960)

16. Δώδεκα εργάτες εργαζόμενοι 8 ώρες την ημέρα σκάβουν μία τάφρο, που έχει βάθος 4 μέτρα, μήκος 16 μέτρα και πλάτος 5 μέτρα σε 15 ημέρες. Πόσοι εργάτες εργαζόμενοι 6 ώρες την ημέρα θα σκάψουν μία τάφρο, που θα έχει βάθος 6 μέτρα, μήκος 12 μέτρα και πλάτος 8 μέτρα σε 24 ημέρες;

(Απ. 18)

17. Μία υφάντρια υφαίνει ένα ύφασμα πλάτους 1,40 μ. και μήκους 15 μέτρων σε 10 ημέρες. Η ίδια υφάντρια σε πόσες ημέρες θα υφάνει ένα ύφασμα πλάτους 1,50 μέτρα και μήκους 21 μέτρα;

(Απ. 15)

18. Τριάντα εργάτες εργαζόμενοι 8 ώρες την ημέρα σε 30 ημέρες παράγουν 3.600 τεμάχια ενός προϊόντος. Πόσοι εργάτες εργαζόμενοι 6 ώρες την ημέρα σε 20 ημέρες θα παράγουν 2.400 τεμάχια;

(Απ. 40)

19. Σε μία βιομηχανία αυτοκινήτων παραγωγής συνεχούς ροής εργάζονται 1.800 εργάτες επί 8 ώρες την ημέρα και παράγουν σε 15 ημέρες 120 αυτοκίνητα. Πόσοι εργάτες εργαζόμενοι 10 ώρες την ημέρα σε 27 ημέρες θα παράγουν 330 αυτοκίνητα;

(Απ. 2.200)

20. Για να τοποθετήσει κάποιος πάτωμα σε ένα διαμέρισμα αγόρασε σανίδες πλάτους 4 εκατοστών και μήκους 25 εκατοστών προς 0,20 € τη μία και πλήρωσε 1.600 €. Πόσες σανίδες πλάτους 5 εκατοστών και μήκους 32 εκατοστών πρέπει ν' αγοράσει, για να τοποθετήσει πάτωμα στο ίδιο διαμέρισμα και πόσα τετραγωνικά μέτρα ήταν το διαμέρισμα;

(Απ. 5.000, 80)

21. Ένα πεζοπόρος βαδίζει 8 ώρες την ημέρα και κάνει μια διαδρομή σε 12 ημέρες. Εάν αυξήσει την ταχύτητά του κατά 60% και βαδίζει επί 6 ώρες την ημέρα, σε πόσες ημέρες θα καλύψει την ίδια διαδρομή;

(Απ. 10 ημέρες)

22. Τριάντα εργάτες εργαζόμενοι 10 ώρες την ημέρα εκτελούν ένα έργο σε 45 ημέρες. Έπειτα από 9 ημέρες αποχωρούν 6 εργάτες και οι υπόλοιποι εργάζονται επί 9 ώρες την ημέρα. Ζητείται να ευρεθεί σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν οι υπόλοιποι εργάτες το υπόλοιπο έργο και ποιο θα είναι το ημερομίσθιο του κάθε εργάτη για 8ωρη εργασία, όταν για ολόκληρο το έργο πληρώθηκαν 202.500 €;

(Απ. 50 ημ., 120 €)

23. Μια ράπτρια για να κατασκευάσει 48 ενδυμασίες, χρειάζεται 120 μέτρα ύφασμα πλάτους 1,4 μέτρων. Για να κατασκευάσει 100 ενδυμασίες με 200 μέτρα ύφασμα πόσο πρέπει να είναι το πλάτος του υφάσματος;

(Απ. 1,75)

24. Ογδόντα εργάτες εργαζόμενοι 8 ώρες την ημέρα σε 30 ημέρες σκάβουν μία τάφρο μήκους 40 μέτρα, πλάτους 3 μέτρα και ύψους 5 μέτρα. Οι 60 εργάτες εργαζόμενοι 9 ώρες την ημέρα σε πόσες ημέρες θα σκάψουν μία τάφρο που θα έχει 45 μέτρα μήκος, 4 μέτρα πλάτος και 6 μέτρα ύψος;

(Απ. 64 ημ.)

25. Μια θεριστική μηχανή θερίζει ένα χωράφι 50 στρεμμάτων σε 6 ημέρες εργαζόμενη επί 8 ώρες την ημέρα. Μια δεύτερη μηχανή θα θερίζει το ίδιο χωράφι σε 8 ημέρες εργαζόμενη επί 10 ώρες την ημέρα. Εάν εργασθούν και οι δύο μηχανές συγχρόνως επί 6 ώρες την ημέρα, σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν ολόκληρο το έργο;

(Απ. 5 ημέρες των 6 ωρών)

2.4. Προβλήματα ποσοστών

Τα ***προβλήματα ποσοστών*** λύνονται με την απλή μέθοδο των τριών. Τα ποσά είναι πάντοτε ανάλογα και η μία από τις γνωστές τιμές είναι το 100 ή το 1000.

Χρησιμεύουν για να υπολογίζουμε τα κέρδη ή τις ζημίες, τις εκπτώσεις, τις προμήθειες, τις μεσιτείες, τις αυξήσεις των μισθών, τις αυξήσεις ή τις μειώσεις των πληθυσμών κ.λπ.

Ανάλογα με την τιμή, που ζητείται να βρεθεί, διακρίνουμε τα προβλήματα των ποσοστών στις εξής ομάδες:

α) Εύρεση της τελικής αξίας από την αρχική.
β) Εύρεση της αρχικής αξίας από την τελική.
γ) Εύρεση του ποσοστού από την αρχική και τελική αξία.
δ) Ειδικά προβλήματα ποσοστών.

α) Εύρεση της τελικής αξίας από την αρχική

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1ο

Ένας έμπορος πούλησε εμπορεύματα αξίας 85.400 € με κέρδος 12%. Πόσο κέρδισε και πόσο εισέπραξε;

Λύση

$$\begin{array}{cc} \text{Αγορά} & \text{Κέρδος} \\ \dfrac{100}{85.400} & \left.\dfrac{12}{x}\right\} \end{array} \quad x = 12 \times \frac{85.400}{100} = 10.248$$

Επειδή το 12% σημαίνει 0,12, για να βρούμε το κέρδος πολλαπλασιάζουμε την τιμή αγοράς επί 0,12 και έχουμε: 85.400 × 0,12 = 10.248 €. Συνεπώς ο πωλητής εισέπραξε 85.400 + 10.248 = 95.648 €

B′ Λύση

$$\begin{array}{cc} \text{Αγορά} & \text{Πώληση} \\ \dfrac{100}{85.400} & \left.\dfrac{112}{x}\right\} \end{array} \quad x = 112 \times \frac{85.400}{100} = 95.648$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2ο

Ένας έμπορος πούλησε εμπορεύματα περασμένης μόδας με ζημία 8%. Πόσο ζημιώθηκε, όταν τα είχε αγοράσει αντί 35.600 € και πόσο εισέπραξε;

Λύση

$$\begin{array}{cc} \text{Αγορά} & \text{Ζημία} \\ \dfrac{100}{35.600} & \left.\dfrac{8}{x}\right\} \end{array} \quad x = 8 \times \frac{35.600}{100} = 2.848\ €$$

Εισέπραξε συνεπώς 35.600 − 2.848 = 32.752 €.

B′ Λύση

$$\begin{array}{cc} \text{Αγορά} & \text{Πώληση} \\ \dfrac{100}{35.600} & \left.\dfrac{92}{x}\right\} \end{array} \quad x = 92 \times \frac{35.600}{100} = 32.752\ €$$